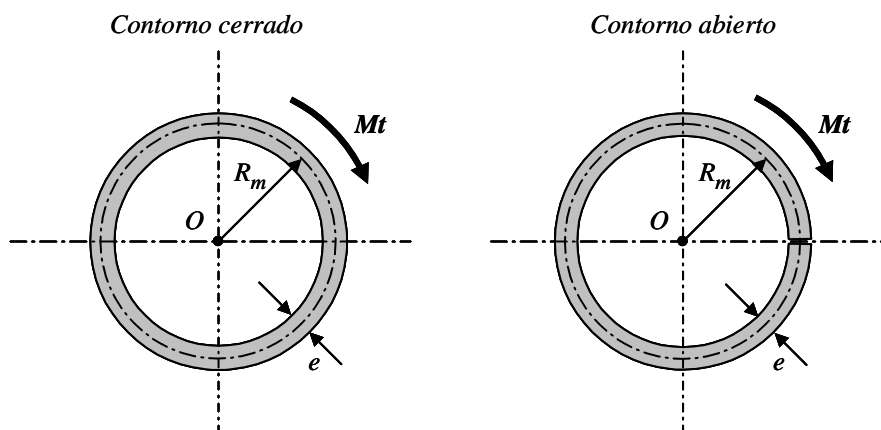


Ejercicio N° 7- Enunciado

Dos barras de acero de iguales dimensiones, las cuales están constituidas por un anillo circular de pequeño espesor, siendo en una de ellas su contorno cerrado y en la otra abierto, se encuentran sometidas a pares torsores equivalentes, según puede observarse en la figura 7.1

**Figura 7.1**

R_m	e	Mt	G
cm	cm	kN cm	kN/cm ²
10	1	200	$8 \cdot 10^3$

Tabla 7.1

De acuerdo con los datos indicados en la tabla 7.1, se solicita determinar en ambos casos:

1. Las tensiones tangenciales y las relaciones entre las mismas.
2. Los ángulos de torsión específicos y sus relaciones.

Ejercicio N° 7 - Resolución**1. Cálculo de las tensiones tangenciales y sus relaciones****1.1. Para la barra de contorno abierto**

$$\tau_{m\acute{a}x(A)} = \frac{3 \cdot Mt}{S \cdot e^2}$$

Siendo S la longitud desarrollada del contorno medio, cuyo valor para el presente caso es:

$$S = 2 \cdot \pi \cdot R_m$$

$$S = 2 \cdot \pi \cdot 10 = 62,8 \cdot cm$$

Se llega a que:

$$\tau_{m\acute{a}x(A)} = \frac{3 \cdot Mt}{2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot e^2} \quad (1)$$

Reemplazando por los valores:

$$\tau_{m\acute{a}x(A)} = \frac{3 \cdot 200}{62,8 \cdot 1^2} = \frac{600}{62,8}$$

$$\tau_{m\acute{a}x(A)} = 9,55 \cdot kN/cm^2$$

1.2. Para la barra de contorno cerrado

$$\tau_{m\acute{a}x(C)} = \frac{Mt}{2 \cdot \Omega \cdot e}$$

Siendo Ω el área encerrada por el contorno medio, cuyo valor para el presente caso es:

$$\Omega = \pi \cdot R_m^2$$

$$\Omega = \pi \cdot 10^2 = 314 \cdot cm^2$$

Se llega a que:

$$\tau_{m\acute{a}x(C)} = \frac{Mt}{2 \cdot \pi \cdot R_m^2 \cdot e} \quad (2)$$

Reemplazando por los valores:

$$\tau_{m\acute{a}x(C)} = \frac{200}{2 \cdot 314 \cdot 1} = \frac{200}{628}$$

$$\tau_{m\acute{a}x(C)} = 0,3185 \cdot kN/cm^2$$

1.3. Relación K_τ entre ambas

$$K_\tau = \frac{\tau_{\max(A)}}{\tau_{\max(C)}}$$

$$K_\tau = \frac{\frac{3 \cdot Mt}{2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot e^2}}{\frac{Mt}{2 \cdot \pi \cdot R_m^2 \cdot e}} = \frac{3 \cdot Mt \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m^2 \cdot e}{Mt \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot e^2}$$

$$K_\tau = 3 \cdot \left(\frac{R_m}{e} \right)$$

Reemplazando por los valores:

$$K_\tau = 3 \cdot \left(\frac{10}{1} \right)$$

$$K_\tau = 30 \quad (3)$$

Es decir, para el presente caso $\tau_{\max(A)}$ resulta 30 veces superior a $\tau_{\max(C)}$.

2. Cálculo de los ángulos de torsión específicos y sus relaciones**2.1. Para la barra de contorno abierto**

$$\theta_A = \frac{3 \cdot Mt}{G \cdot S \cdot e^3}$$

$$\theta_A = \frac{3 \cdot Mt}{G \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot e^3} \quad (4)$$

Reemplazando por los valores

$$\theta_A = \frac{3 \cdot 200}{(8 \cdot 10^3) \cdot 62,8 \cdot 1^3} = \frac{600}{502,4 \cdot 10^3}$$

$$\theta_A = 1,1943 \cdot 10^{-3} \cdot \text{rad/cm}$$

2.2. Para la barra de contorno cerrado

$$\theta_C = \frac{Mt \cdot S}{G \cdot 4 \cdot \Omega^2 \cdot e}$$

$$\theta_C = \frac{Mt \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m}{G \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot R_m^4 \cdot e}$$

$$\theta_C = \frac{Mt}{G \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m^3 \cdot e} \quad (5)$$

Reemplazando por los valores

$$\theta_C = \frac{200}{(8 \cdot 10^3) \cdot 2 \cdot \pi \cdot 10^3 \cdot 1} = \frac{200}{50240 \cdot 10^3}$$

$$\theta_C = 3,981 \cdot 10^{-6} \cdot \text{rad/cm}$$

3.3. Relación entre ambas

$$K_{\theta} = \frac{\theta_A}{\theta_C}$$

$$K_{\theta} = \frac{\frac{3 \cdot Mt}{G \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot e^3}}{\frac{Mt}{G \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m^3 \cdot e}} = \frac{3 \cdot Mt \cdot G \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m^3 \cdot e}{Mt \cdot G \cdot 2 \cdot \pi \cdot R_m \cdot e^3}$$

$$K_{\theta} = 3 \cdot \left(\frac{R_m}{e} \right)^2 \quad (6)$$

Reemplazando valores:

$$K_{\theta} = 3 \cdot \left(\frac{10}{1} \right)^2$$

$$K_{\theta} = 300$$

Como se observa, para el problema planteado θ_A es 300 veces superior a θ_C . Como conclusión, a igualdad de condiciones, la rigidez a la torsión de un anillo circular cerrado es notablemente superior al caso que el mismo estuviese abierto, es decir, con una pequeña ranura a lo largo de su generatriz. Se deduce, entonces, la conveniencia de utilizar secciones anulares cerradas en lugar de abiertas.